Capítulo 5

Corriente Continua

(como sinónimo de no dependiente del tiempo)

5.1. Introducción

Hasta ahora hemos estudiado la interacción entre cargas en reposo, ya sea en el vacío como en presencia de medios conductores o dieléctricos. Ahora nos vamos a ocupar del estudio de las cargas **en movimiento**.

La corriente eléctricaes elmovimiento de cargas en entre una y otra región del espacio.

No importa la naturaleza de los portadores de carga en esta materia. Pueden ser físicamente partículas (electrones o protones) o iones.

La corriente eléctrica I en un hilo se define como la cantidad de carga que pasa por un punto fijo del hilo por unidad de tiempo.

Es decir, $I=dQ/dt$ y sus unidades con C/s. Cuando por un lugar pasa una carga de 1 C en el lapso de 1 s, decimos que la corriente es de 1 Ampere (1 A), en homenaje a André-Marie Ampère (1775-1836).

Así definida la corriente es un escalar porque la carga y el tiempo lo son. Sin embargo nos interesa hacia dónde se mueven los portadores; esto nos llevará a definir un vector.

En la definición anterior la carga la tomamos en módulo, con lo que suponemos que transportamos cargas positivas. Los problemas de signo con cargas negativas lo discutiremos después.

Para tener corriente, lo que cuenta es el **transporte neto de carga**. El agua que sale por una manguera transporta una gran cantidad de electrones. Pero como la cantidad de electrones que se mueven es igual a la cantidad de protones que se mueven con la misma velocidad, la corriente eléctrica es nula.

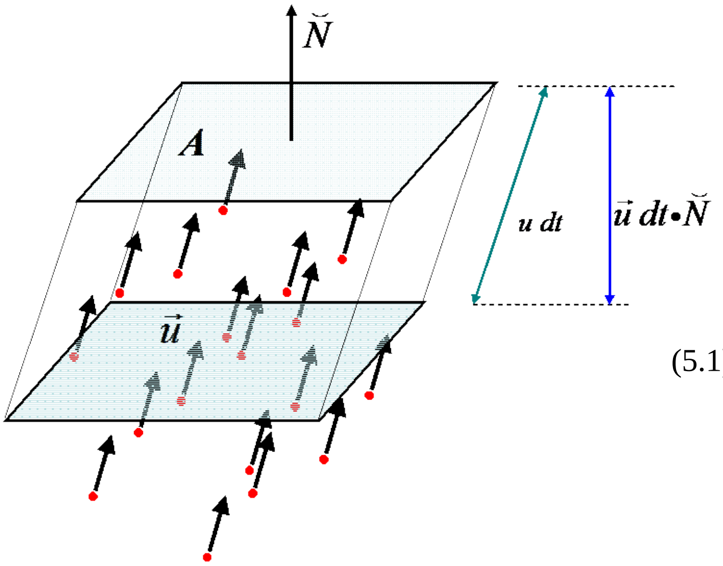
Si, en cambio, trasladamos un hilo “infinito” cargado tendríamos una corriente eléctrica.

Un tipo de corriente más generalserá una donde los portadores de carga se mueven en un volumen tridimensional. Para describirlo, necesitaremos hablar de una densidad de corriente.

5.2. Densidad de corriente

Antes de pasar al transporte de carga en conductores, vamos a estudiar un poco el transporte de cargas. Supongamos que tenemos n partículas por unidad de volumen que se mueven con velocidad media$\vec{u}$ y todas tienen una carga q. ¿Cuántas partículas pasan por unidad de tiempo por un rectángulo como el de la cara superior del paralelepípedo de la figura de área A?

En un intervalo dt las partículas barren un volumen: $d\mathcal{V} = \vec{u} \bullet \breve{N}\ Adt$, si multiplicamos por la densidad volumétrica n de objetos cargados obtenemos:



$$I \equiv \frac{dQ}{dt} = n\ q\ \vec{u} \bullet \breve{N}\ A \qquad (5.1)$$

En el caso de tener M tipos de portadores con distinta carga y/o distintas velocidades, tendremos que sumar sobre los distintos aportes

$$I = \sum_{k=1}^{M} n_k q_k\ \vec{u}_k \bullet \breve{N}\ A \qquad (5.2)$$

Definimos el vector la densidad de corriente $\vec{J}$ de forma tal que cumpla:

$$I = \iint_A \vec{J}.d\vec{A} \qquad (5.3)$$

Las unidades de $\vec{J}$ son A/m^2.

Hablaremos de corrientes constantes cuando $\vec{J}$ permanece constante en el tiempo en todo punto. ¿Podemos relacionar esto con la conservación de la carga? En un volumen cerrado al no haber creación de carga, deben salir tantas como entran para que la densidad de corriente se mantenga constante, es decir

$$\oiint_{prisma} \vec{J} \bullet \overrightarrow{dA} = 0 \quad \vec{\nabla} \bullet \vec{J} = 0 \qquad (5.4)$$

5.3. Circuitos eléctricos

¿Qué es un circuito eléctrico? Es un camino conductor cerrado en forma de espira donde se produce desplazamiento de cargas.

¿Para qué sirven los circuitos eléctricos? Son un medio para llevar energía de un lado a otro. Tecnológicamente son útiles porque, sin emplear partes móviles, permiten transportar energía. Ejemplo: central hidroeléctrica y heladera hogareña. Cuando se trasladan partículas dentro de un circuito, se transfiere energía potencial de una fuente (pila) hacia un dispositivo en el que la energía se almacena (capacitor) y/o se convierte en otra forma de energía (luz, calor, mecánica). Vamos a estudiar corrientes eléctricas en medios conductores, es decir, una de las clases de corriente. El agente más común para mover cargas es el campo eléctrico.

5.4. Corriente eléctrica: modelo microscópico elemental en conductores

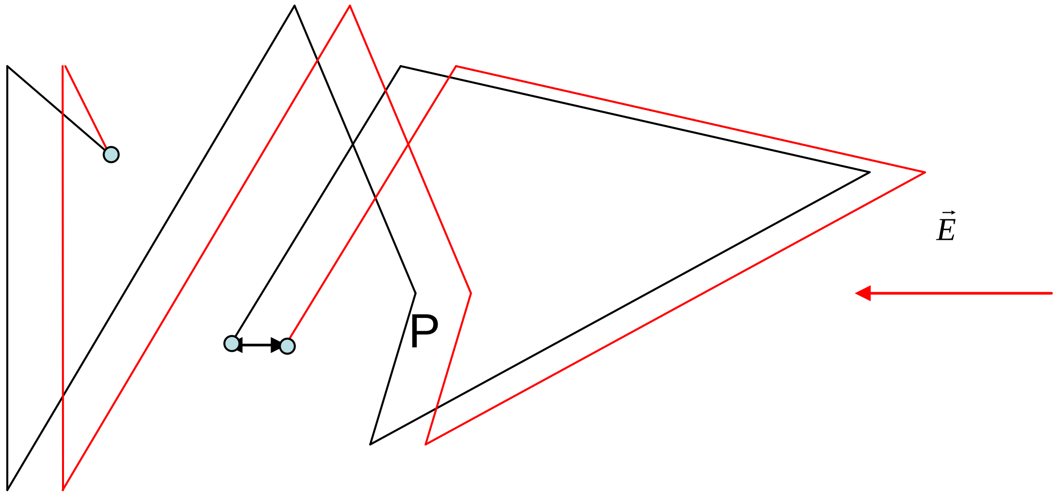
Cuando estudiamos cargas en conductores en condiciones electrostáticas, el campo eléctrico era nulo en todos los puntos del interior del conductor y no podía haber movimiento de cargas (i.e. no podría haber corriente) porque estábamos en condiciones electrostáticas. Ese era el modelo que hacíamos. Pero ahora vamos a hacer un modelo microscópico más elaborado usando algunos conocimientos sobre la estructura de los metales. En un metal común, como el Cu, Fe o Al, algunos electrones tienen la libertad de trasladarse dentro del material. Son los **electrones libres** que se trasladan al azar en todas direcciones (como si fueran moléculas de un gas) a velocidades muy grandes (aproximadamente 10^6 m/s). Pero los electrones libres, en esta condición, se mueven en direcciones al azar. Como consecuencia de todo esto, no hay flujo neto de carga en ninguna dirección y, por lo tanto, no hay corriente.

Si dentro del conductor existiera un campo eléctrico constante en el tiempo, sobre cada partícula actuaríauna fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ constante. ¿Qué pasaría si el electrón estuviera en el vacío? Aumentaría su velocidad con aceleración constante pues

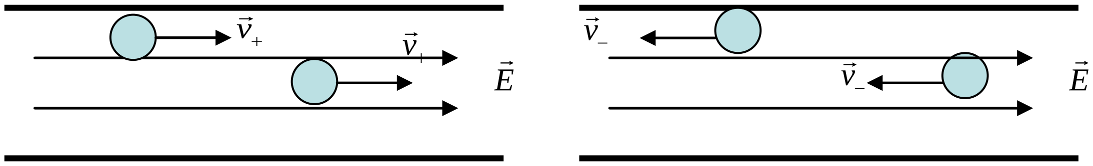
$$\vec{F} = -e\vec{E} = ma_x\breve{e}_x = m\frac{dv_x}{dt}\breve{e}_x \qquad (5.5)$$

$$v_x = v_{0x} + \frac{e\left|\vec{E}\right|}{m}t \quad v_y = cte \quad v_z = cte \qquad (5.6)$$

donde el término de velocidad inicial tiene promedio temporal nulo y corresponde al movimiento al azar de los electrones. Sin embargo, la velocidad de un electrón real no está dada por la 5.6; los electrones están sometidos a colisiones con iones muy grandes y “fijos” que cambian la velocidad del electrón de una manera compleja. El efecto neto en presencia de un campo eléctrico $\vec{E}$ es un movimiento aleatorio más un movimiento muy lento (**arrastre o deriva**) en la dirección de la fuerza. Se la llama **velocidad de deriva o arrastre** y hay un movimiento neto de cargas en el conductor: hay una corriente neta. Calcularemos después cuál es la magnitud de esa velocidad de arrastre.



En general, los portadores de cargas pueden ser positivos o negativos. En los conductores, los portadores son los electrones. Sin embargo, se usa una corriente convencional que es de portadores positivos, lo que es equivalente. ¿Por qué?



En ambos casos hay un flujo de carga positiva hacia la derecha: esa es la dirección de la corriente.

I.e. el sentido de la corriente convencional (portadores positivos) no coincide con el sentido de traslación de los electrones.

Tanto cambio de signo logra confundir, por lo que daremos la regla convencional: en un metal pensamos que lo que se mueve, dando corriente, son objetos cargados positivamente.

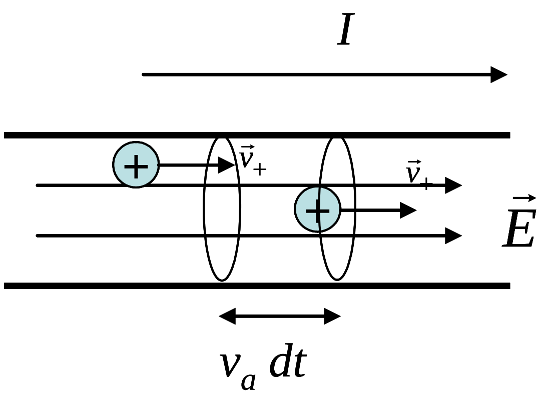
Para tener una idea de las corrientes involucradas en dispositivos cotidianos podemos dar algunos ejemplos[1]:

1. "Burro" de arranque de un motor de auto (el "burro" de arranque es un motor eléctrico que trabaja con la batería de 12V del auto y pone en marcha al motor principal): 30 A (auto mediano)- 300 A (camión).
2. Televisor (depende mucho si es muy viejo o muy nuevo): 1A
3. Teléfono celular encendido pero inactivo: 10 mA
4. Motor hogareño de 1 HP≈746 W como, por ejemplo, el de la cortadora de pasto: 3,3 A

[1] De paso, revisar submúltiplos: mili, nano, micro, pico, femto

¿Cómo relacionamos la corriente con la velocidad de arrastre? Hagamos lo mismo que cuando no teníamos al conductor. Supongamos que hay n portadores de carga por unidad de volumen. En un intervalo de tiempodt cada portador se traslada $v_a\, dt$. En el cilindrito, las que entraron en $t=t_0$, saldrán dtsegundos después. En ese cilindro (de volumen $Av_a dt$) habrá $nAv_a dt$ portadores. Si cada una tiene una carga q, la cantidad de cargadQ que fluye es

$$dQ = qnv_a Adt \quad \Rightarrow \quad I = qnv_a A \qquad (5.8)$$



Se llama ***densidad volumétrica de corriente*** $\vec{J}$ a la corriente que fluye por unidad de área. Es decir $\left|\vec{J}\right| = qnv_a$. $\vec{J}$ es un vector de unidades A/m^2. Es uno de los nombres más desafortunados que conocemos: una magnitud definida por unidad de área resulta que es nombrada como volumétrica. Parece cosa de locos. Dicen que la palabra volumétrica vendría de considerar el área y además agregarla la noción de que la corriente implica un movimiento de cargas y eso conlleva otra dimensión más y por eso $\vec{J}$ se llama densidad volumétrica de corriente. La "explicación" no es muy convincente y quizás sea mejor usar el nombre sin meterse mucho en el origen del nombre. En todo caso $\vec{J}$ tiene la dirección y el sentido de la velocidad (si consideramos la de los portadores positivos) y sentido contrario (si consideramos la velocidad de los portadores negativos), i.e. siempre **tiene la dirección y sentido del campo eléctrico**.

<u>*Ejemplo:*</u> ¿Cúal es la velocidad de arrastre si tenemos un cable de 2mm de diámetro de plata (densidad 10.5 g/cm^3) por el que circula una corriente de 1 A?Suponiendo que hay un portador libre por átomo,

$$v_a = \frac{1\,\mathrm{A}}{nqA} = \frac{1\,\mathrm{A}}{neA} \qquad (5.9)$$

Cuidado: La A del numerador es por Ampere, la unidad de corriente; la A del denominador es por el área. El área del cable es $A = \pi\left(0.1\mathrm{cm}\right)^2$, la carga de un electrón es e= -1.6x10^{-19}C y la densidad volumétrica de portadores es n= número de electrones/unidad de volumen. Como en un mol de plata (107,9 g) hay 6,02x10^{23} electrones y la densidad de la plata es de 10.5g/cm^3, un mol tiene aproximadamente 10 cm^3. Entonces n=6.02x10^{23}/10cm^3=6.02x10^{22} portadores/cm^3. Entonces:

v_a=1 A/[(6.02 10^{22} cm^{-3})(1.6 10^{-19}C)(π0.01 cm^2)]=1 A/(6*2*3 10^1)≈1 A/350 cm/s≈0.003 cm/s

Ésta es una velocidad muy baja; indica que las colisiones dentro de un metal son muy frecuentes e impiden que la velocidad crezca a pesar de la presencia de un campo eléctrico que tiende a acelerarlas.

Pregunta: Pero….si los electrones se mueven tan despacio, ¿cómo aparece una bombita se enciende tan rápido???? El campo eléctrico $\vec{E}$ se establece en todo el conductor casi a la velocidad de la luz. Entonces los electrones comienzan a moverse casi al mismo tiempo.

Ahora es el turno de ustedes… Calculen lo mismo si en lugar de plata es cobre. Buscar los datos necesarios en internet.

5.5. Resistividad

Vimos que cuando se produce el movimiento de cargas en un material conductor, la velocidad promedio (llamada velocidad de arrastre) es muy baja y está relacionada con la corriente que circula por el conductor por

$$v_a = \frac{I}{n_{portadores} q_{cada\ portador} A_{seccion}} \qquad (5.10)$$

siendo $I = \iint_A \vec{J}.d\vec{A}$

La densidad de electrones libres depende fundamentalmente del material y es la responsable de la existencia de conductores, dieléctricos y semiconductores. En los metales el número de electrones débilmente unidos a la red cristalina (electrones de conducción) varía entre 1 y 3

Por otra parte, la densidad de corriente $\vec{J}$ de un conductor depende fundamentalmente del material y del campo eléctrico aplicado.

Para muchos conductores, dentro de ciertas temperaturas, vale la relación:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad (5.11)$$

donde σ se denomina ***conductividad***. A la inversa de la conductividad se la denomina ***resistividad*** $\rho = 1/\sigma$. Es decir, cuanto mayor es la resistividad, se debe aplicar un campo eléctrico más intenso para lograr la misma densidad de corriente. Las unidades de resistividad están dadas por:

$$[\rho] = \frac{[E]}{[J]} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}}\text{m} \equiv \Omega m$$

donde hemos definido una nueva unidad: el ohm (Ω=V/A)que explicaremos más adelante.
Para tener una idea de órdenes de magnitud en materiales comunes, la plata y el cobre tienen una resistividad de $10^{-8}\Omega$m; el germanio (un semiconductor) 0.6Ωm; y el vidrio o el teflón (aislantes) mayor a $10^{13}\Omega$m.

Un conductor que la (5.11) se denomina **conductor lineal u óhmico**. En ellos la resistividad no depende del campo eléctrico. La resistividad de un **conductor metálico** casi siempre aumenta con la temperatura*T*: a mayor *T* los iones vibran con mayor amplitud, aumenta la probabilidad de que un electrón en movimiento choque con un ión y, por lo tanto, disminuye la velocidad de arrastre, es decir, disminuye la corriente.

Tema especial 1

¿Cómo podemos representar a los conductores con modelos conocidos? En una primera aproximación, los electrones forman un “gas” de partículas que chocan al azar. Cuando se aplica un campo eléctrico**E** se aceleran pero alcanzan una velocidad terminal$\boldsymbol{v_a}$ debido a los choques con la red cristalina. Es decir, hay fuerzas de resistencia que actúan sobre los electrones (como si fuera una fuerza viscosa). El modelo más sencillo es considerar que hay una fuerza proporcional a la velocidad de los electrones. Entonces:

$$m\vec{a} = q\vec{E} - b\,\vec{v} \tag{5.12}$$

donde *m* es la masa del electrón; *q*= - *e*. Cuando la aceleración se hace nula, la velocidad corresponde a la de arrastre (¿Por qué?).

$$m\frac{dv}{dt}=|q_e|E-bv \rightarrow \frac{dv}{\frac{|q_e|}{m}E-\frac{b}{m}v}=dt \qquad (5.13)$$

Este tipo de ecuación lleva a que existe una velocidad límite para tiempos grandes, es decir, no se acelera indefinidamente.

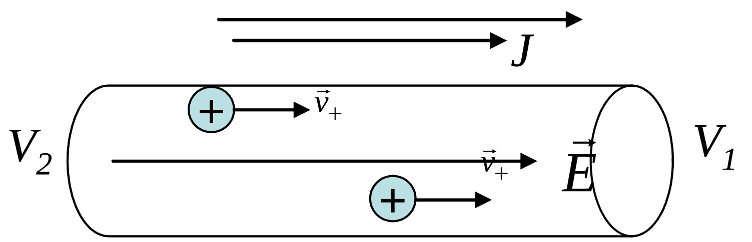
$$\ln\left[\frac{|q_e|E-bv}{|q_e|E}\right]=-\frac{b}{m_e}t \rightarrow v(t)=\frac{|q_e|E}{b}\left(1-e^{-\frac{b}{m}t}\right) \qquad (5.14)$$

Esto es lo que se relaciona con la resistividad ρ (que depende de cada material) y la "resistencia" a moverse ya que $\vec{E}=\rho\vec{J}$.

Fin tema especial 1

5.6. Resistencia

Si tenemos un material y sabemos cuál es el campo eléctrico aplicado, podríamos deducir cuál es la densidad de corriente. Sin embargo, no es fácil medir campos eléctricos ni densidades de corriente en forma directa. Es mucho más fácil medir diferencias de potencial y corrientes. Veamos la relación entre todas estas cantidades.



Si ***J*** es proporcional al campo eléctrico dentro del conductor, la corriente debe ser proporcional a la diferencia de potencial entre los extremos del conductor. ¿Por qué? Porque *ΔV* es la integral de línea del campo eléctrico y la corriente*I* es la integral sobre la superficie transversal de ***J***, que es proporcional a ***E***.

Supongamos que tenemos un conductor de alambre con sección transversal *A* y longitud *L*. Sabemos que las cargas positivas se dirigen "naturalmente a zonas de menor potencial (recordar carga puntual en vacío y carga de prueba positiva). Entonces, la corriente va de zonas de mayor a zonas de menor potencial. Si el campo eléctrico es constante,

$$\Delta V = EL = V_2 - V_1 = \rho JL = \rho\frac{I}{A}L = \frac{\rho L}{A}I \equiv RI \qquad (5.15)$$

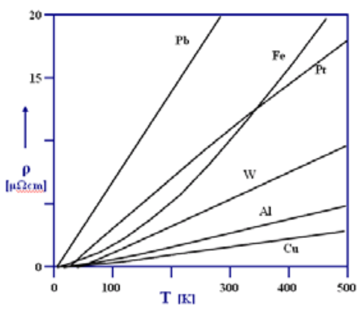
habiendo definido ***resistenciade un conductor cilíndrico*** $\frac{\rho L}{A}\equiv R$ (5.16)

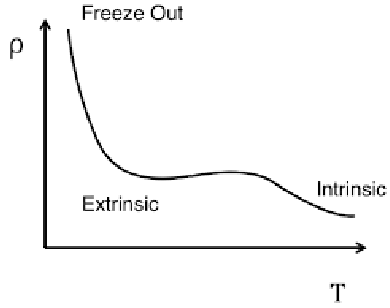
La (5.15) es la famosa Ley de Ohm, reportada en 1827 por Georg Ohm después de realizar muchos ensayos con conductores de diferentes materiales y dimensiones. Es una ley experimental, Ohm desconocía la descripción microscópica que hemos dado.

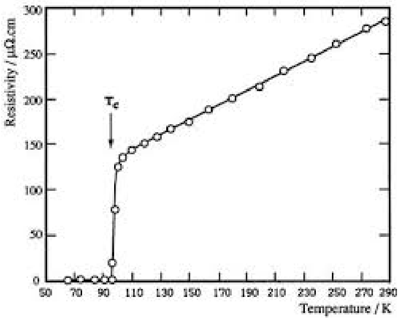
La unidad de resistencia eléctrica es el ohm (Ω) en su homenaje.

Observar que, a menor área, hay mayor resistencia (como en una manguera de jardín por la que sale agua). Se puede hacer una interpretación: cuanto más largo es el conductor, mayor será el número de choques de cada electrón (en promedio); y cuando mayor es el área *A* habrá más espacios por los que pueda pasar sin chocar. Es decir, comparamos la resistencia eléctrica con la resistencia mecánica. Por la experiencia cotidiana, cuando hay fuerzas de fricción parte de la energía se convierte en energía térmica. Análogamente, el paso de la corriente eléctrica por una resistencia produce calor (aumento de la energía interna como veremos en Termodinámica). Atrás del concepto de resistencia está la disipación de energía. Los choques de los electrones con lo iones son mayormente inelásticos y, por lo tanto, se pierde energía cinética.

La resistividad de un material depende de la temperatura. En los siguientes gráficos se ve la dependencia de la resistividad con la temperatura absoluta[2].En todos los materiales, la







Conductor Semiconductor Superconductor

resistividad depende de la temperatura.

En un conductor metálico, la resistividad aumenta con la temperatura (lo podemos explicar por la mayor cantidad de choques con los “núcleos”)[i]. Un modelo que prediga la dependencia de la resistividad con la temperatura no es fácil de desarrollar, pero siempre es posible medir la resistividad en función de la temperatura, es decir que tenemos experimentalmente $\rho(T)$. Si consideramos una temperatura de referencia T_0, que suele ser la

---

[2] Muchos de ustedes podrán ver modelos no clásicos en Física III que describen microscópicamente los distintos comportamientos de los materiales respecto a su resistividad.

ambiente (20-25 ºC), podemos desempolvar el concepto del polinomio de Taylor y escribir la resistividad a una temperatura T a partir de la resistividad a T_0 como:

$$\rho(T)=\rho(T_0)+\left.\frac{d\rho}{dT}\right|_{T=T_0}(T-T_0)+\frac{1}{2}\left.\frac{d^2\rho}{dT^2}\right|_{T=T_0}(T-T_0)^2+\frac{1}{6}\left.\frac{d^3\rho}{dT^3}\right|_{T=T_0}(T-T_0)^3+\ldots \quad (5.17)$$

Aplicamos la regla del mínimo esfuerzo y truncamos el polinomio de Taylor en el término de primer orden; obviamente nos quedaremos con una dependencia lineal.

$$\rho(T)\approx\rho(T_0)+\left.\frac{d\rho}{dT}\right|_{T=T_0}(T-T_0)\approx\rho(T_0)\left[1+\frac{1}{\rho(T_0)}\left.\frac{d\rho}{dT}\right|_{T=T_0}(T-T_0)\right]\approx\rho(T_0)\left[1+\alpha(T-T_0)\right]$$

$$\alpha\equiv\frac{1}{\rho(T_0)}\left.\frac{d\rho}{dT}\right|_{T=T_0} \qquad (5.18)$$

El número α se denomina coeficiente de deriva en temperatura y representa el cambio fraccional de la resistividad ante un cambio de temperatura (T-T_0). Obviamente la ley anterior sólo podrá dar buenos resultados cuando la resistividad varíe en forma aproximadamente lineal con la temperatura. En los metales la aproximación es buena, pero en otros materiales la aproximación lineal no es buena y hay que recurrir a incluir más términos en el desarrollo o usar otros modelos que no consideraremos.

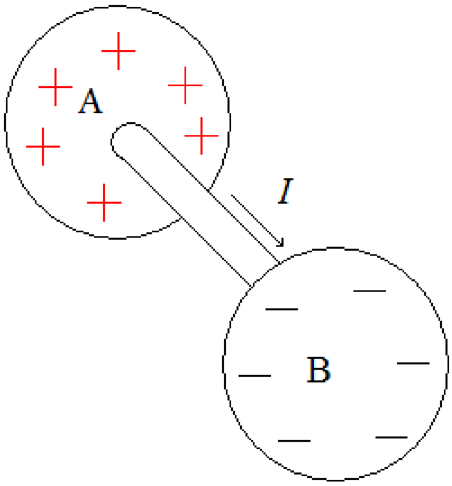
En los semiconductores, la resistividad decrece con la temperatura (sin justificación en nuestra materia). La función que los caracteriza es complicada pero, para ciertos semiconductores y rangos de temperatura se puede considerar que $\rho=\rho_0\, e^{-\beta T}$ donde β es un coeficiente cuya unidad es K^{-1}).

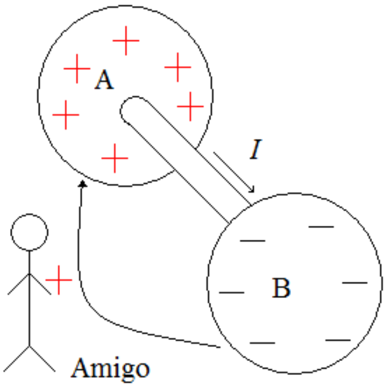
Hay otro tipo de materiales (superconductores) que tiene resistividad nula hasta ciertas temperaturas (T_c<160K) y luego aumenta con la temperatura.

5.7. *Circuitos y FEM*

En todos los párrafos anteriores supusimos la existencia de un campo eléctrico que sirviera para obtener una velocidad media de desplazamiento de las cargas (corriente eléctrica). ¿Bien, de dónde sacamos un campo eléctrico? Bueno, pongamos dos objetos A (positivo) y B(negativo) (ambos metálicos para que puedan conducir) y ya tenemos el campo eléctrico necesario. Conectamos un cable (resistencia) entre uno y otro y ya tenemos la corriente. Cómo cargamos A y B no es relevante.

Justo cuando estamos tan contentos descubrimos un problema terrible. Conforme se mueven las cargas el objeto A pierde “positividad” y el B “negatividad”. El módulo del campo eléctrico va disminuyendo, la corriente baja y todo se va apagando. Este proceso existe en el mundo real, se llama comportamiento transitorio y lo estudiaremos más adelante. Por ahora no nos sirve porque queremos corriente continua, estable en el tiempo.¿Qué hacemos ahora?





Alguien tuvo una idea brillante: llamemos a un amigo y encomendémosle que cada vez que una carga elemental (supuesta positiva) llega al objeto B, él debe retornarla al objeto A para mantener así constante el módulo del campo eléctrico y con ello la corriente.

En la figura ahora aparece nuestro amigo quien lleva en su mano una carga desde B hacia A a lo largo de una curva. El rol de nuestro amigo es muy importante porque debe mantener un ritmo constante de transporte de cargas. Si se equivoca el módulo del campo eléctrico y la corriente no serán constantes.

Para mover las cargas él debe realizar trabajo porque mueve cargas positivas en contra del campo eléctrico. ¿A dónde va a parar este trabajo? No podemos asignarlo a la distribución de cargas porque esta permanece siempre en el mismo valor. La respuesta es sutil; el trabajo realizado por nuestro amigo compensa exactamente la energía cinética perdida por los portadores de carga durante los choques inelásticos contra los núcleos atómicos.

¿Cómo hace nuestro amigo para transportar las cargas? No nos interesa. Quizás tenga una pinza mágica con la que “arranca” cargas del cuerpo B, luego las mueve hacia el cuerpo A y las “inyecta” en él. El mecanismo no es lo relevante, sólo importa el transporte.

Si seguimos a una de las cargas desde que sale de A, circula por el cable, llega a B y luego es transportada por nuestro amigo de retorno a A, podemos aplicar el teorema de las fuerzas vivas que decía algo así: "*El trabajo realizado por la fuerza resultante actuante sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética del mismo*".

Partiendo de cualquier punto y retornando al mismo nos encontramos con la misma velocidad de los portadores de carga por lo que concluimos que la variación de energía cinética es nula. Vamos ahora a las fuerzas. En principio tenemos tres: a) eléctricas, b) choques dentro del conductor, c) nuestro amigo. Las fuerzas eléctricas están presentes en todo elespacio, pero los choques están limitados al interior del conductor y nuestro amigo interviene sólo en el camino de retorno. Tenemos entonces:

$$W_{F_{ext}} = \Delta E_c$$

$$W_{F_{elec}} + W_{F_{choques}} + W_{F_{Amigo}} = \Delta E_c = 0$$

Como recorremos un camino cerrado W_{Felec}=0 porque demostramos que las fuerzas eléctricas conservativas. Nos queda entonces:

$$W_{F_{choques}} + W_{F_{Amigo}} = 0$$

Podemos comprender los signos. Nuestro amigo hace trabajo (positivo) mientras que los choques implican una pérdida de energía (esa es una idea central del concepto de resistencia). La ecuación anterior dice que lo que se gana por un lado (nuestro amigo), se pierde por el otro (los choques inelásticos).

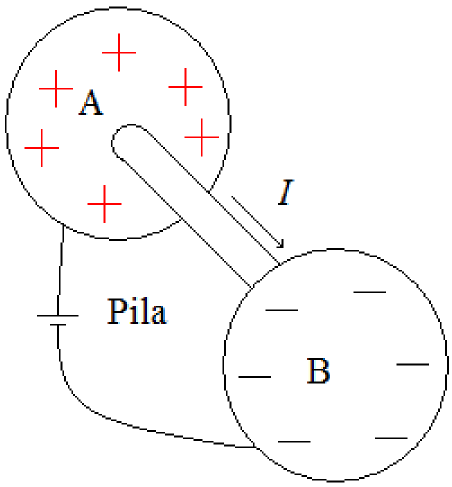
Podemos dividir cada uno de los sumandos por la carga transportada y tendremos entonces trabajos por unidad de carga, tema que ya hemos tratado.

¿Cómo denominaremos a cada uno de estos términos? Mejor no usar diferencia de potencial porque tanto la fuerza aplicada por nuestro amigo como la fuerza media asociada con los choques son no conservativas y entonces caemos en un lío de nombres que aún hoy nos trae dolores de cabeza.

El trabajo por unidad de carga realizado por nuestro amigo tiene un nombre espantoso dado hace mucho tiempo: "*Fuerza electro-motriz*" o FEM ($\mathcal{E}$). Pésima asignación porque estamos hablando de un trabajo y no de una fuerza. Las unidades son distintas. Fue una elección horrible pero ya está y con ella tenemos que vivir. Claramente las unidades de la FEM deben ser Volts para mantener la idea de trabajo por unidad de carga. El término correspondiente a la resistencia ya lo calculamos gracias a la ley de Ohm y vale IR. En cuanto al nombre tenemos varias opciones: a) "*voltaje*" (sin mayores detalles), b) "*caída de tensión*". Este es un nombre que viene de una teoría antigua debida a Michael Faraday. Aunque la teoría fue superada el nombre aún se usa. Igual, si se nos escapa y decimos "*diferencia de potencial*" no nos vamos a escandalizar demasiado.

Dejemos el tema nombres de lado y pasemos a algo más importante. Entendemos el rol de nuestro amigo, pero está claro que en el mundo real necesitamos otro objeto. Hay varias posibilidades, pero una de las más simples, confiables, robustas y efectivas son las pilas o baterías. Ya conocimos a Alessandro Volta en otro capítulo y su aporte como inventor de la pila. Ahora nos enfocamos en un aspecto crucial: la reacción de óxido-reducción que ocurre dentro de la pila mueve cargas de la misma forma en la que lo hacía nuestro amigo. El efecto externo es el mismo. El trabajo que venía de la estructura muscular ahora viene de la diferencia de energía entre los reactivos y los productos. Hay otros aparatos que cumplen el mismo rol que la pila (panel solar, celda de combustible, dínamo, etc…). Ahora no los vamos a tratar porque los dejamos para más adelante. Por ahora la pila reinará como FEM.

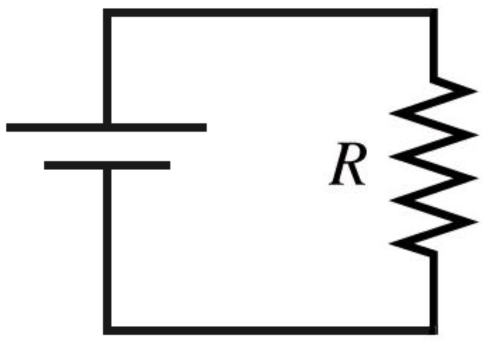
Nuestro esquema queda ahora así:



Ahora la pila reemplazó a nuestro amigo y el trazo curvo que une a la pila con los objetos A y B no es una curva imaginaria, sino que es un conductor por el que las cargas son transportadas.

Ahora damos un paso rumbo al mundo real. Los objetos A y B no tienen que ser tan grandes como muestran los dibujos (era sólo un recurso expositivo). Basta conectar la pila al cable y ya la misma consigue una acumulación de carga positiva (y otra negativa) en los extremos del cable resistivo.

El diagrama esquemático habitual es el de la figura.



El trazo en zig-zag es el ícono habitual de la resistencia. Quizás, el camino tortuoso quiera representar que los portadores de carga les “cuesta” pasar debido a los choques (¿será ese el origen? Los trazos rectos son cables imaginarios perfectos, sin resistencia. ¿Dónde están los objetos A y B? Pues bien, bastan los cables, superior (positivo) e inferior (negativo), para tener sobre ellos las distribuciones de carga que proveen el campo eléctrico necesario para obtener la corriente (En realidad la distribución de cargas es más compleja pero no podemos adentrarnos en ese tema).

La resistencia interna de las pilas

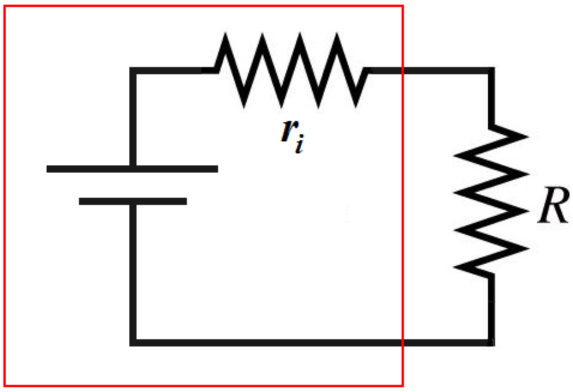
La tabla estándar de reacciones de óxido-reducción permite calcular la FEM de una pila. Supongamos que entre los bornes de la misma conectamos cables de resistencia decreciente. La ley de Ohm nos indica que la corriente tiende a crecer. ¿Lo hará sin límite?

La respuesta es negativa y lo mejor es comenzar mirando pilas comunes

La imagen muestra varias de las pilas más comunes. Excluimos las de aspecto de paralelepípedo y nos concentramos en las cilíndricas. Se izquierda a derecha tenemos los modelos C, AA, AAA y D.

Todos ellos tienen una FEM de aproximadamente 1.5 V. ¿En qué difieren? La respuesta obvia es el tamaño y, por lo tanto, la cantidad de reactivos. A mayor tamaño mayor cantidad de reactivo y esperamos mayor cantidad de energía disponible. Pero también sucede que a mayor tamaño es más grande la superficie expuesta de los electrodos y por lo tanto es más grande la corriente que la pila puede entregar.

Hagamos el siguiente experimento: conectemos entre los bornes de una pila un cable de resistencia decreciente. La corriente que obtenemos no tiende a infinito sino a un valor característico de cada pila asociado con el área de los electrodos (y otros factores). Ésta es la llamada corriente de cortocircuito. En una pila AA es de aproximadamente 4 A cuando está nueva. Si ponemos 8 pilas AA en serie obtenemos una FEM de 12 V y una corriente máxima de unos 4 A. Si intentamos arrancar un auto con estas 8 pilas en serie vamos a fracasar porque vimos anteriormente que la corriente que consume el motor de arranque de un auto no es inferior a los 30 A.



No sorprende que debamos recurrir a una batería de 12 V "*más grande*". Por "*más grande*" entendemos que sea capaz de entregar los 30 A que mencionamos y eso se consigue esencialmente con mayor área de electrodos. La corriente de cortocircuito de la batería de un auto es de unos 300 A para uno chico y de unos 1000 A para un camión.Para dar cuenta de esta corriente máxima que puede entregar una batería modificamos la visión de la misma pasando al siguiente modelo.Dentro de la caja roja tenemos la pila separada en dos componentes: a) la FEM y b) la llamada resistencia interna r_i. Más adelante veremos cómo dicha resistencia interna limita la corriente máxima.

Ya mencionamos que a mayor cantidad de reactivos tenemos más energía disponible. En las baterías es habitual reportar la "*capacidad*" de la misma(no confundir con la capacidad eléctrica de un sistema de objetos que ya estudiamos y que se mide en Faradios). La capacidad de una pila es la cantidad de carga que puede transportar manteniendo la FEM en un rango. Luego la pila "se agota" (si es recargable podemos volver las cosas para atrás). Así, una pila AA tiene una capacidad típica de unos 3000 mAh. La unidad extraña es mili Ampere-hora. Dado que Ampere es la unidad de corriente y hora mide tiempos, el producto es una carga. Multiplicamos y obtenemos 10800 C. El trabajo realizado por la pila para mover esta cantidad de carga es : W= 1.5 V x 10600 C= 16200 J.

¿Es mucho?¿Es poco? Hagamos un ejemplo macabro. Con algún aparato usamos esa energía para levantar una persona y luego dejarla caer sobre el piso. La altura a la que podemos levantarla es: $H=W/(mg)$=16200J/(75 kg 10 m/s^2)≈ 21 m (7 pisos). Una caída fatal sin dudas. Es cierto que el ejemplo no contempla fuerzas de roce y otros mecanismos de pérdida de energía, pero hay mucha energía guardada en una simple pila AA.

5.8. Ley de Joule

Supongamos que tenemos un elemento conductor en un circuito por el que circula una corriente *I*,existiendo una diferencia de potencial entre sus extremos*a* y *b*. Cuando una carga $q>0$ pasa a través del elemento del circuito, su energía potencial disminuye en qV_{ab}. Si en lugar de disminuir la energía potencial, ésta aumentara, no queda otra que estar en presencia de una **fuente**. En el caso de una pila, ésta transforma energía química en eléctrica y la entrega al circuito. La rapidez con que se extrae o entrega energía de o a un elemento de un circuito se denomina **potencia**.

Si la corriente es *I*, en un intervalo de tiempo*dt* pasa por un elemento del circuito una carga $dq = Idt$. Para calcular la energía perdida por unidad de tiempo (potencia perdida) cuando una corriente pasa por una resistencia, pensemos en una carga *dq* que se mueve por el conductor entre V_1 y V_2, es decir, se mueve a través de una diferencia de potencial *V*. El cambio de energía potencial es dU y es igual al trabajo efectuado por la fuerza eléctrica, i.e. $dU = dW = V\ dq$

En consecuencia, la potencia será

$$P = \frac{dW}{dt} = V\frac{dq}{dt} = VI \tag{5.19}$$

siendo las unidades de la potencia $[P] = VA \equiv W$ (Watt)

¡Cuidado! Esta expresión es independiente del material. Por otra parte, como la relación (5.15) establece la relación entre diferencia de potencial y corriente, i.e. define qué es la resistencia de cualquier objeto (aunque dependa de la corriente$I$), resulta

$$P = VI = \frac{V^2}{R} = I^2 R \tag{5.20}$$

En el caso de un material óhmico, la resistencia R es constante y a la potencia perdida se la llama potencia perdida por **efecto Joule**.

Normalmente, las resistencias tienen además otro dato: la potencia nominal que corresponde a la potencia máxima que puede soportar. I.e. dada una R nos da la I máxima que puede circular sin dañarse a causa del sobrecalentamiento.

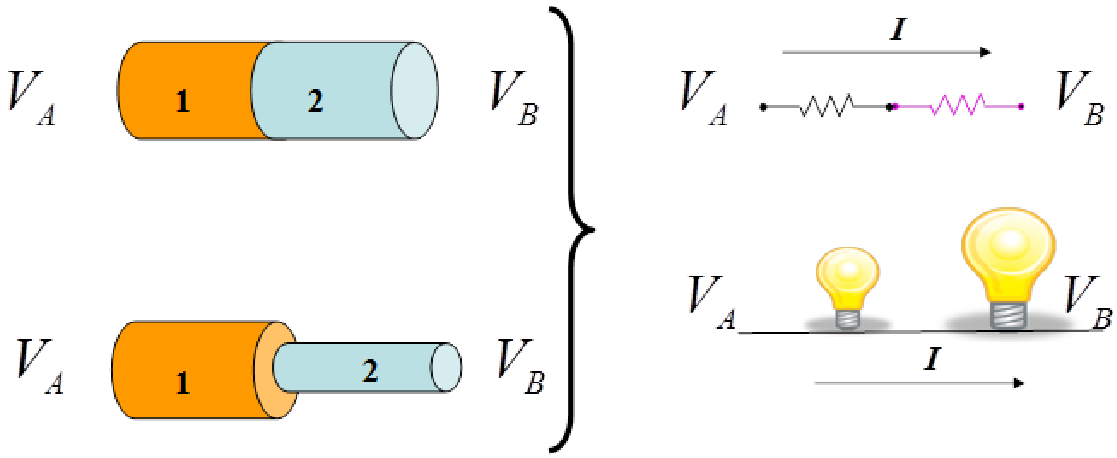
Observación: En consecuencia, si tenemos una fuente con resistencia internar_i, la potencia de salida neta útil será $P=IV_{ab}=I(\varepsilon-Ir_i)$

5.9. Acomodando resistencias…Resistencias en serie y en paralelo

En un circuito eléctrico, las resistencias pueden estar asociadas de muchas formas. Sin embargo, hay dos formas de asociar las resistencias muy tipificables: resistencias en serie y en paralelo. Veamos esto con más detalle:

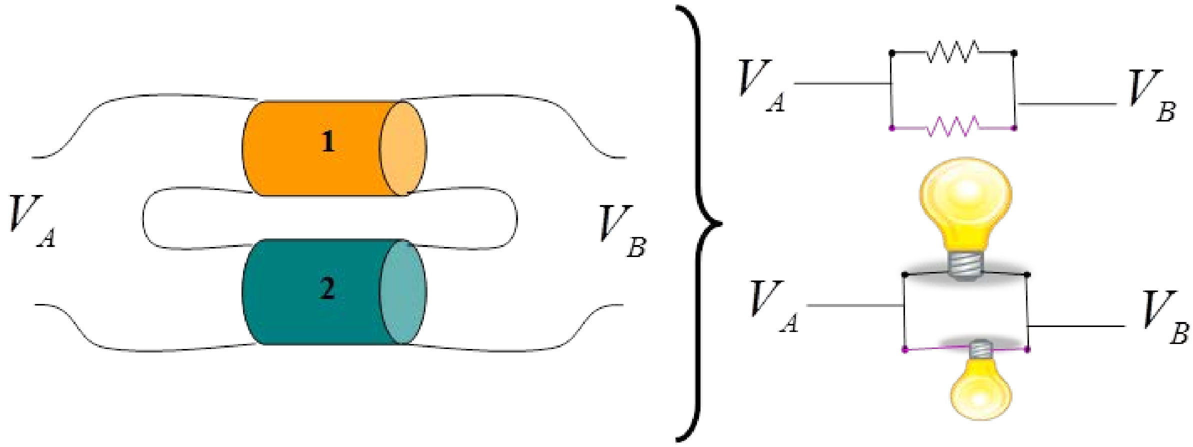
1) Las resistencias están en **serie** cuando la corriente que pasa por ellas es la misma i.e. el flujo de carga por unidad de tiempo es el mismo.

Podemos esquematizar dos resistencias en seria de la siguiente manera



¿Qué relación hay entre las densidades de corriente en cada resistencia (la naranja y la celeste)? Y cuál es la relación entre las corrientes? Y la relación entre los campos eléctricos "dentro" de cada resistencia? Esto queda para ustedes.

2) Las resistencias están en **paralelo** cuando la diferencia de potencial entre sus extremos (bornes) es la misma.



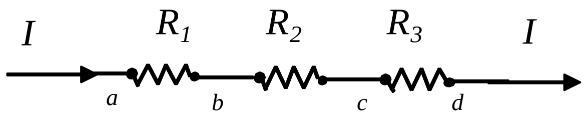
Ahora les toca contestar las mismas preguntas que en el caso de resistencias en serie y completar el cuadro siguiente:

	J_1/J_2	I_1/I_2	E_1/E_2
Resistencias en serie			
Resistencias en paralelo			

Resistencias equivalentes

Cuando las resistencias están en serie o en paralelo en un circuito, es posible reemplazar el conjunto por una sola resistencia, que se llama **resistencia equivalente**.

Por ejemplo, si tenemos la siguiente distribución de resistencias:



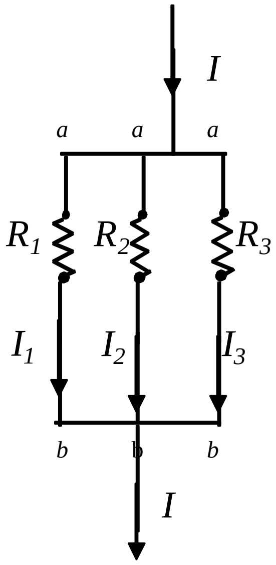
Como las cargas positivas van "naturalmente" hacia las zonas de mayor potencial, tenemos:

$$V_a - V_b \equiv V_{ab} = IR_1 V_b - V_c \equiv V_{bc} = IR_2 \qquad V_c - V_d \equiv V_{cd} = IR_3 \tag{5.21}$$

Entonces

$$V_{cd} = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR_{equivalente} \tag{5.22}$$

En consecuencia, siempre es $R_{equ\,ivalente} > R_j$.



Si, en cambio, tenemos el circuito de la figura de la izquierda:

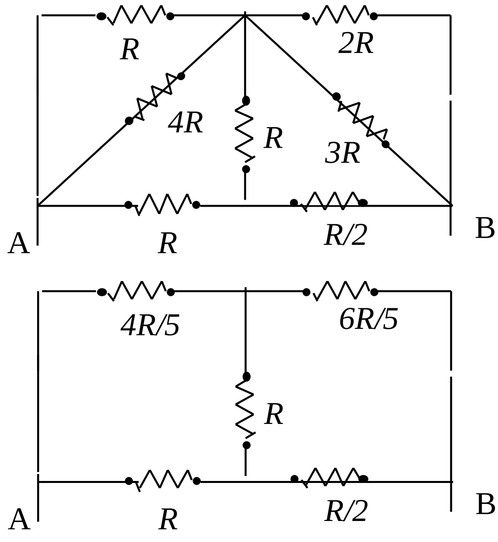
$$V_a - V_b \equiv V_{ab} = I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3 \tag{5.23}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) = \frac{V_{ab}}{R_{equivalente}} \tag{5.24}$$

Entonces

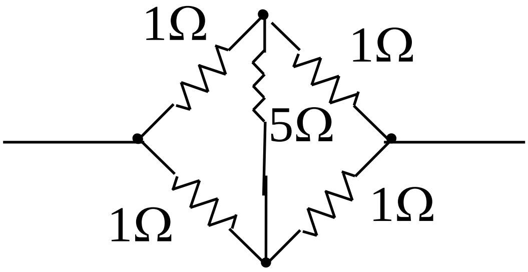
$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) = \frac{1}{R_{equivalente}} \Rightarrow R_{equivalente} < R_j \tag{5.25}$$

No siempre se puede sencillamente….



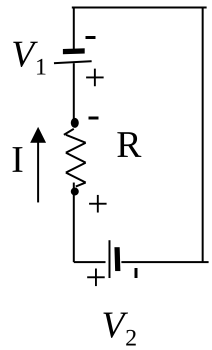
No siempre las resistencias están tan simplemente conectadas como en serie o en paralelo. En el circuito de la figura A y B indican que el circuito estaría conectado como bloque a esos dos bornes. Por ejemplo, conectado a una batería. Vemos que las resistencias dadas por *2R* y *3R* están conectadas en paralelo porque entre sus bornes existe la misma diferencia de potencial. Lo mismo para la *R* y *4R*. De esta forma, queda un circuito más simplificado como se indica. Sin embargo, no podemos hacer mucho más ya que las resistencias no están ni en serie ni en paralelo (no pasa la misma corriente por ninguna ni existe la misma diferencia de potencial entre los bornes).

Es decir, en términos generales, las resistencias no tienen por qué estar exclusivamente en serie o paralelo. Algunas veces es posible determinar la resistencia equivalente **por simetría**. Por ejemplo: ¿podría pasar corriente por la resistencia de 5Ω? NO porque independientemente de la corriente, no hay ninguna asimetría que permitiera circular la corriente en algún sentido y no en otro. En consecuencia, la resistencia equivalente de este circuito estaría dada por el paralelo entre la serie de dos resistencias. Resulta $R_{equivalente} = 1\Omega$

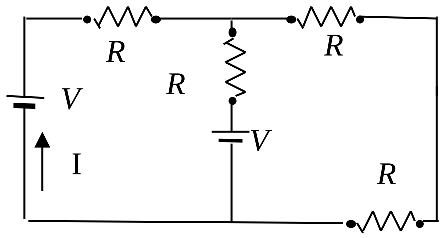


5.10. Reglas (o Leyes) de Kirchhoff

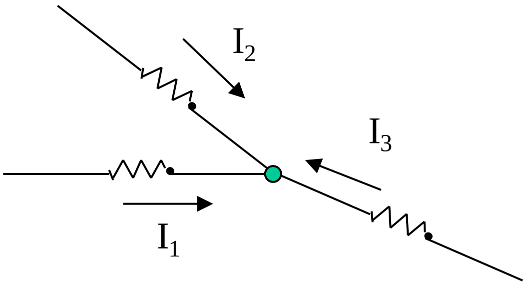
Como vimos, hay situaciones donde no es posible o puede ser difícil hallar la resistencia equivalente de un circuito porque ellas no están ni en serie ni en paralelo. Alrededor de 1850 Kirchhoff estableció reglas que dan la posibilidad de hallar las corrientes que circulan por circuitos complicados. Es decir, dadas las *fem* y las resistencias, hallar las corrientes. También sirven para resolver circuitos donde se conocen algunas magnitudes y otras no.



Incluso, en casos simples como los de las figuras, ¿para dónde circula la corriente?, ¿cuánto vale? ¿Es correcto el sentido en que dibujé la corriente? Antes de continuar, debemos recordar que el sentido de la corriente es una **convención**. Consecuentemente, la corriente es una cantidad algebraica cuyo signo nos debe dar “para dónde van los portadores positivos”.



Kirchhoff usó dos ***Principios de la Física*** (o sea, postulados, afirmaciones validadas experimentalmente):

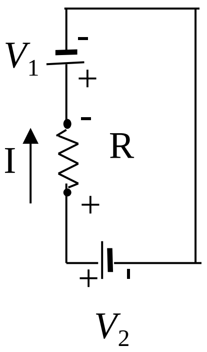


1) **Principio de conservación de la carga: La suma algebraica de las corrientes que fluyen hacia cualquier punto de unión de conductores es cero.** Es decir, no ha acumulación de cargas en ningún punto. En este esquema (tomando como positivas las corrientes que llegan al punto) tendremos que

$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$ (5.26)

Por supuesto, por lo menos una de las corrientes resultará tener sentido contrario al indicado en la figura.

2) **Principio de conservación de la energía: La suma de las caídas y aumentos de potencial alrededor de cualquier camino cerrado en un circuito es cero.** Es decir, el trabajo realizado en un objeto debe ser provisto por otro (recordar que la potencia disipada por efecto Joule es provisto por la *fem*). En el circuito de la figura, debe cumplirse



i) Si hacemos la circulación en sentido antihorario

$$V_1 + IR - V_2 = 0$$

ii) Si hacemos la circulación en sentido horario

$-V_1 - IR + V_2 = 0$(5.27)

Es decir, es lo mismo.

Pero… ¿por qué puse esos signos y ese sentido de corriente?

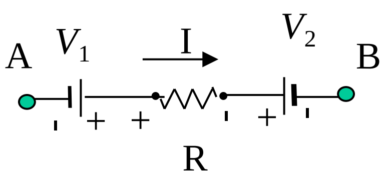
Todo es convencional pero una vez que se tomó la convención hay que seguirla hasta el final de la resolución.

a) Por convención, en la batería la raya más larga indica que está a mayor potencial que la más corta.

b) Elegí, arbitrariamente, el sentido de I

c) Elegido el sentido de I, como los portadores positivos siempre se dirigen a zonas de menor potencial, al pasar la resistencia, la I será la misma pero el potencial habrá disminuido.

El sentido final de la corriente estará dado por los valores de tensión en las baterías. Como vemos, si $V_1 > V_2$ la corriente circulará en sentido contrario al indicado (Se manifiesta en un valor negativo de I).



¿Cómo se generaliza en un trozo de circuito como el de la figura? Si el sentido de I se toma como está indicado A debe estar a mayor potencial que B. Es decir, $V_A - V_B \geq 0$ (será 0 si A y B son el mismo punto, eléctricamente hablando)

$(V_A - V_B) + V_1 - IR - V_2 = 0.$ O sea, $(V_A - V_B) = -V_1 + IR + V_2$

Definiremos qué es un **NODO** y qué es una **MALLA.** Un **nodo** es un punto de unión de 3 o más cables en un circuito. Una **malla** es cualquier camino cerrado en un circuito. Para "resolver" un circuito deberemos escribir tantas ecuaciones como incógnitas tengamos (con cuidado de que no sean linealmente dependientes). A través del tiempo se han establecido "reglas" para determinar cuántas "ecuaciones de malla" y cuántas "ecuaciones de nodo" son necesarias para resolver un circuito complicado que tiene N nodos y M mallas. Nunca haremos circuitos tan complicados en Física II!!!

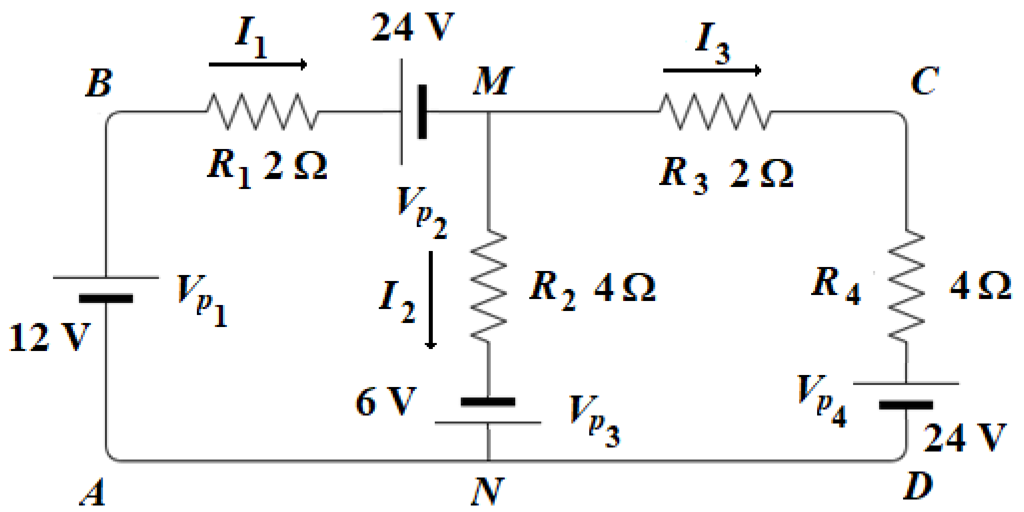
https://www.youtube.com/watch?feature=related&hl=en-GB&v=IpaEGhjpZgc&gl=IEHay otros videos no tan vintage! Y vale la pena verlos.

https://www.youtube.com/watch?v=-Rb9guSEeVE&list=PLkyBCj4JhHt8DFH9QysGWm4h_DOxT93fb
https://www.youtube.com/watch?v=u4FpbaMW5sk&t=33s,
https://www.youtube.com/watch?v=m4jzgqZu-4s

[i] http://www.absorblearning.com/media/attachment.action?quick=11a&att=2673

Un ejemplo completo

Dado el circuito de la figura, en el que conocemos los valores de las pilas y las resistencias, queremos calcular las corrientes que circulan por cada uno de los componentes.



Paso 1: asignamos corrientes de dirección arbitraria. NO es necesario adivinar el sentido correcto; el sistema de ecuaciones lineales que generaremos arregla los signos automáticamente.
Sólo es necesario considerar tres corrientes I_1, I_2 e I_3. En efecto, I_1 circula por R_1,Vp_1 y Vp_2, I_2 lo hace por R_2 y Vp_2 e I_3 por R_3, R_4 y Vp_4. Ya hemos cubierto todos los componentes.

Paso 2: ecuaciones de nodos: el circuito tiene dos nodos M y N. Vamos a escribir la primera ley de Kirchhoff. $\sum_{k=1}^{N} I_k = 0$

Nodo M: I_1-I_2-I_3=0 (5.28)
Nodo N: -I_1+I_2+I_3=0

Vemos que las ecuaciones son linealmente dependientes. Podemos tomar una sóla de ellas, cualquiera; tomamos la primera. Faltan entonces dos ecuaciones linealmente independientes para terminar el problema.

Paso 3: ecuaciones de mallas: buscamos dos mallas diferentes y en ellas aplicamos la segunda ley de Kirchhoff. $\sum_{k=1}^{M} V_k = 0$

Malla *ABMNA* (punto de partida *A*, sentido horario):

$V_{p1}-I_1R_1-V_{p2}-I_2R_2+Vp_3=0$ (5.29)

Malla *NMCDN* (punto de partida *N*, sentido horario):

$-V_{p3}+I_2R_2-I_3R_3-I_3R_4-V_{p4}=0$ (5.30)

Juramos que las dos ecuaciones de malla son linealmente independientes porque en una aparecen variables que no están en la otra.
El sistema matricial resultante es:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -R_1 & -R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -\left(R_3+R_4\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_{p2}-V_{p1}-V_{p3} \\ V_{p3}+V_{p4} \end{bmatrix} (5.31)$$

Después de triangular el sistema encontramos la solución:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.0909 \text{ A} \\ 0.5455 \text{ A} \\ -4.6364 \text{ A} \end{bmatrix}$$

El signo negativo de I_1e I_3indica que en el mundo real la circulación de portadores positivos sería en sentido contrario al supuesto.
El problema está bien resuelto y **NO** tocamos absolutamente nada. **NO** es necesario rehacer el problema.
Podemos reemplazar el vector solución en 5.31 y verificar, pero está bien porque lo calculó una computadora.
Vamos a hacer algo más interesante. Calculemos las potencias entregadas o recibidas por cada elemento y veamos si el balance cierra.
Todas las resistencias reciben energía y la disipan como calor: $P_R = I^2 R$

$$P_{R_1} = I_1^2 R_1 = 33.4711 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 1.1901 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = I_3^2 R_3 = 42.9917 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = I_3^2 R_4 = 85.9835 \text{ W}$$

$$P_{R_{total}} = 163.6364 \text{ W}$$

El cálculo para las pilas es un poco más complejo por el tema signos. Miremos el dibujo del circuito: según asignamos las direcciones de corriente la pila 1 entrega energía, es decir que anotamos $V_{p1}I_1$. Por el contrario, la pila 2 recibe energía, por lo que anotamos $-V_{p2}I_2$. Así continuamos con las otras pilas: la 3 entrega y la 4 recibe. Estos son los signos que respetan el dibujo original, luego, al calcular, debemos reemplazar la solución con los signos obtenidos:

$$P_{Vp1} = V_{p1} I_1 = 12 \text{ V} \left(-4.0909 \text{ A}\right) = -49.0909 \text{ W}$$

$$P_{Vp2} = -V_{p2} I_1 = -24 \text{ V} \left(-4.0909 \text{ A}\right) = 98.1818 \text{ W}$$

$$P_{Vp3} = V_{p3} I_3 = 6 \text{ V} \left(0.5455 \text{ A}\right) = 3.2727 \text{ W}$$

$$P_{Vp4} = -V_{p4} I_3 = 6 \text{ V} \left(-4.6364 \text{ A}\right) = 111.2727 \text{ W}$$

$$P_{Vp_{total}} = 163.6364 \text{ W}$$

Y respiramos tranquilos porque todo lo entregado es igual a lo recibido y el principio de conservación de la energía está a salvo.